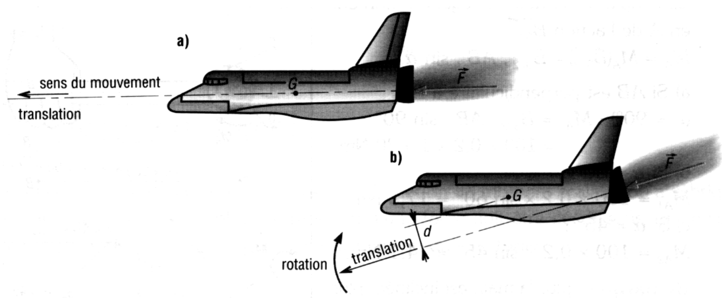
Statique – Forces et moments

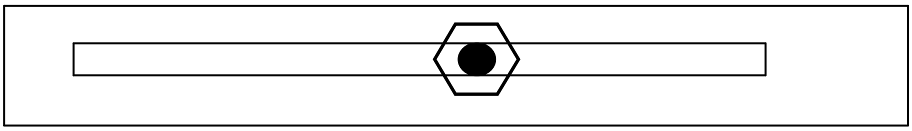
1) Notion de moment d'une force :

Les effets d'une force sur un solide dépendent de la position de la force par rapport au corps.

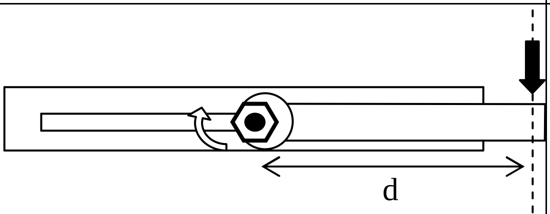
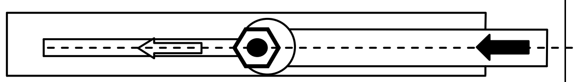


Pour traduire avec précision les effets d'une force, il est nécessaire de faire intervenir la notion de moment.

Lorsque **les liaisons** du système isolé le permettent :
- une force ponctuelle provoquera une translation
- un moment provoquera une rotation

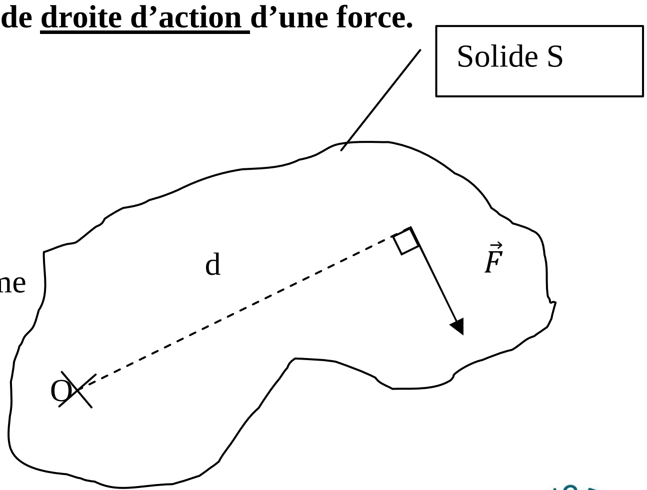


Si on place un boulon dans une glissière (liaisons surfaciques) on peut avec une clé de serrage le faire tourner en exerçant une **force** dont la ligne d'action est **perpendiculaire** à la glissière ou le translater en exerçant une **force** dont la ligne d'action est **parallèle** à la glissière.

Rotation	Translation
	
Amplitude du déplacement (rotation) liée à l'intensité de la force et à la distance d.	**Amplitude du déplacement (translation) liée à l'intensité de la force et à la distance d.**

On met ainsi en évidence l'importance de la notion de droite d'action d'une force.

2) Définition du moment :



Soit un solide S soumis à une force $\vec{F}$.

Le moment au point O de la force $\vec{F}$ est noté $M_{O(\vec{F})}$

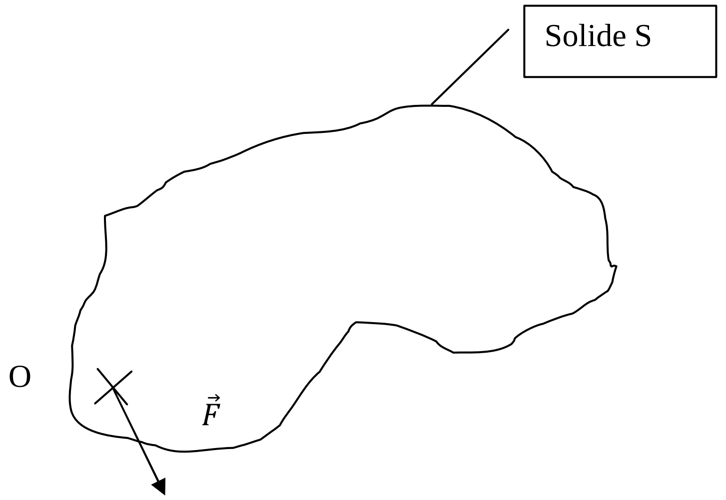
$M_{O(\vec{F})} = \pm\|\vec{F}\| \times d$

La « norme de $\vec{F}$ » $\|\vec{F}\|$ est toujours positive et s'exprime en N

Le bras de levier est PERPENDICULAIRE à la ligne d'action de la force $\vec{F}$. Il s'exprime en m.

$$M_{O(\overrightarrow{F})} = 0$$ si :

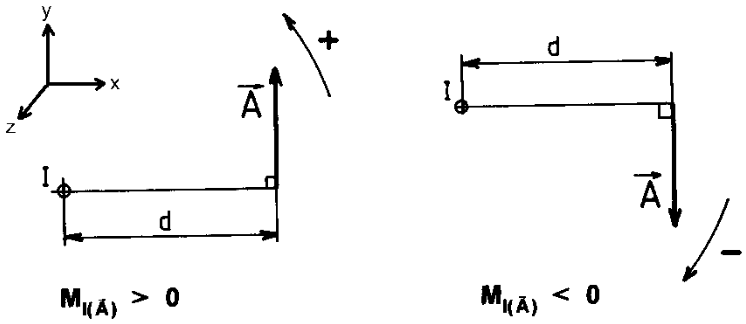
- F=0 (pas de force)
- d = 0. La droite d'action de $\vec{F}$ passe par le point **O.**



Attention : Nous ne modéliserons pas le moment d'une force comme un vecteur. Il s'agira d'une **grandeur algébrique** positive ou négative.

Son unité noté N.m est le newton mètre.

Convention de signe :

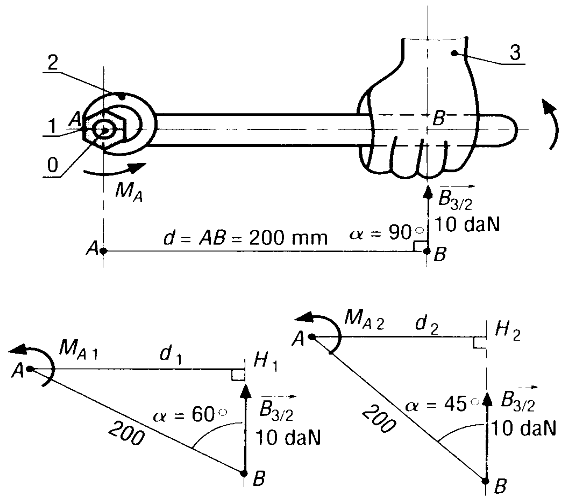


Le moment de l'exemple ci-dessus est donc négatif (rotation dans le sens des aiguilles d'une montre).

Exemple 1

Déterminons le couple de desserrage exercé par une clé plate sur un écrou en fonction de l'inclinaison de l'effort exercé par la main de l'opérateur

- Cas 1 : α = 90°
- Cas 2 : α = 60°
- Cas 3 : α = 45°

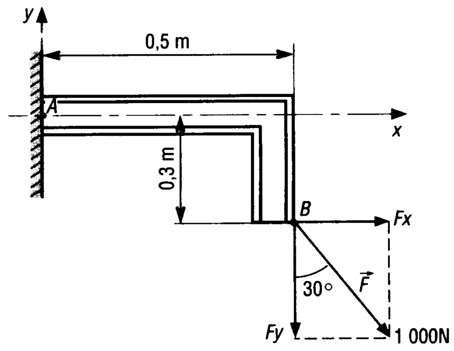


Le couple de serrage = moment de l'action en A exercé par la main

………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………

Exemple 2

Déterminer le moment en A de l'action mécanique **F**



…………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………

3) Equilibre du solide :

Principe fondamental la statique :
Un système matériel (S) est en équilibre, c'est-à-dire au repos, par rapport à un repère si, au cours du temps, les coordonnées de chaque point de (S) sont constantes dans le repère.

Pour un système en équilibre soumis à n forces à on a :

Et pour n'importe quel point de l'espace O :

Réciproquement :
Si

Et pour n'importe quel point de l'espace O :

Alors le système est en équilibre

4) Moment résultant de plusieurs forces

Le moment résultant en un point A de n forces (+ +……) est égal à la somme des moments en A de chacune des forces.

Choix du point A :
Lorsqu'une force est inconnue on calculera les moments par rapport au point d'application de cette force. En effet si est appliquée en A,

5) Système soumis à deux forces, notion de couple :

Théorème :

Un système isolé soumis à deux forces est en équilibre si les deux forces ont même droite d'action, même intensité et de sens opposés.

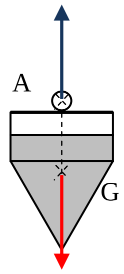
Réciproquement **:**
Si un système isolé est soumis à deux forces de même droite d'action, même intensité et de sens opposés alors il est en équilibre.

Une force inconnue : problème qui peut être résolu (On trouve le vecteur force).
Deux vecteurs forces inconnus problème impossible à résoudre !

Exemple issu du cours précédent :
Manutention d'une benne à béton :

Crochet de levage

Benne à béton

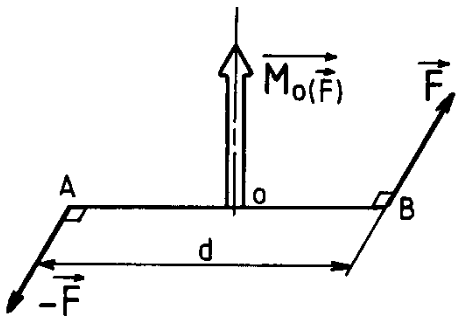


=-

Couple de Force :

On appelle couple le moment engendré par deux forces égales et opposées ayant des lignes d'actions différentes

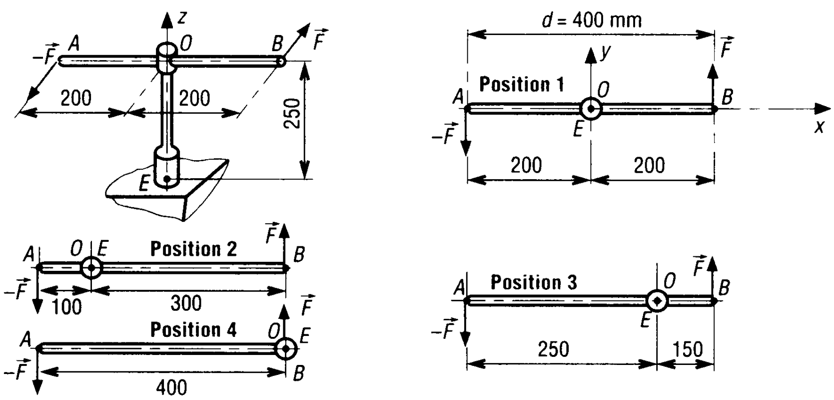
L'intensité du couple est indépendante du point O. Elle ne dépend que de la distance *d* et de l'intensité de *F*



Exemple

Si F = 100 N, déterminer le couple de desserrage au point M dans les positions indiquées

……………………………………………
……………………………………………
……………………………………………
……………………………………………
……………………………………………
……………………………………………
……………………………………………
……………………………………………



6) Système soumis à trois forces :

Un système soumis à trois forces est en équilibre si et seulement si :

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$$

Et pour n'importe quel point de l'espace O :

$$\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{O}(\overrightarrow{F_1})} + \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{O}(\overrightarrow{F_2})} + \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{O}(\overrightarrow{F_3})} = \boldsymbol{0}$$

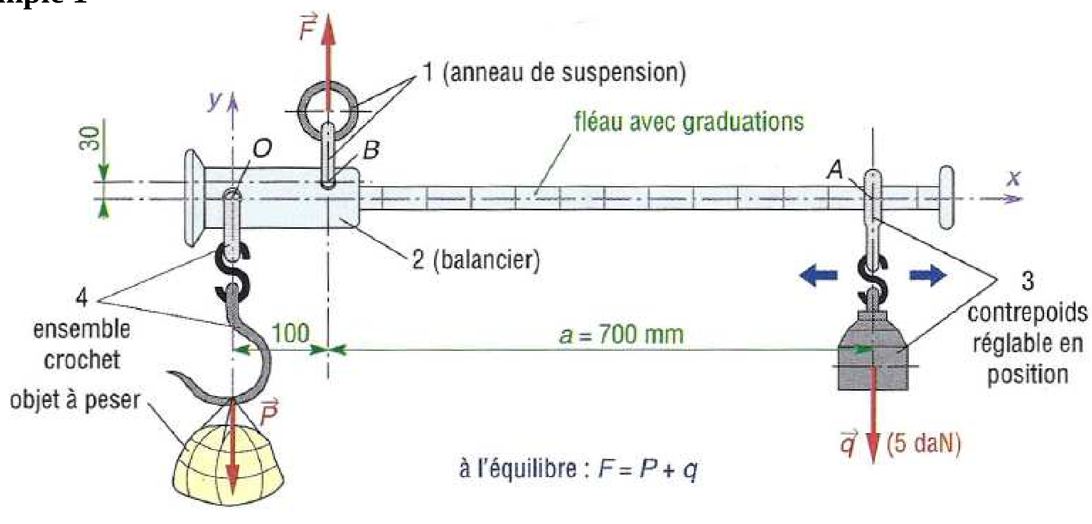
- Système soumis à trois forces parallèles :
  Théorème :

Un système isolé soumis à trois forces parallèles (droites d'action //) est en équilibre si et seulement si :
1 - la somme des intensités algébrique des trois forces est nulle (une force dans un sens deux dans l'autre opposé).
F1+F2+F3 = 0 (sens positif vers le haut).

2 – la somme des moments par rapport à un point O est nulle
F1.d1+F2.d2+F3.d3= 0 (sens positif pour F si la force fait tourner le système dans le sens trigonométrique).

Remarque :
Soit O est choisi au point d'application de $\vec{F_1}$ on obtient : F2.d2+F3.d3= 0

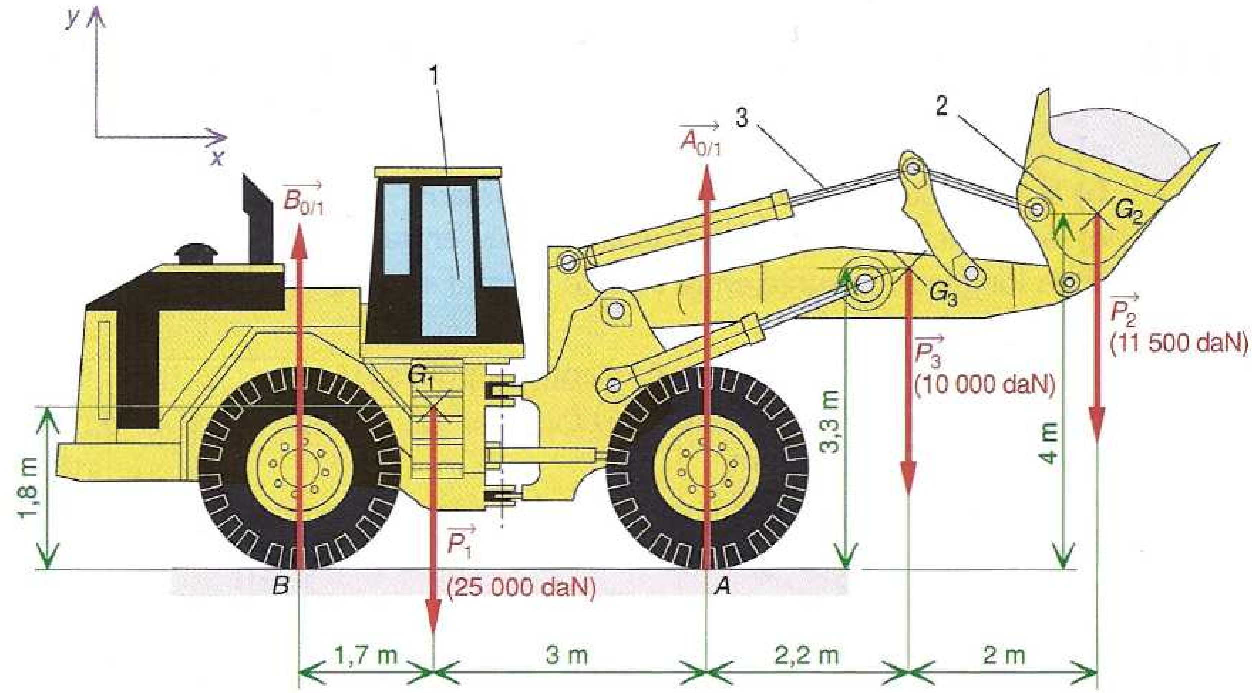
Exemple 1



Une balance romaine se compose d'un balancier **2**, avec fléau gradué, articulé en **B** (pivot) sur un anneau de suspension **1** lié à un support fixe et d'un contrepoids d'équilibrage **3** réglable le long du fléau (a variable) de poids **q** (5 daN). La masse à peser P est suspendue en **0** (pivot) par l'intermédiaire d'un crochet **4**.
F est inconnue….
Si a = 700 mm, déterminer $\vec{P}$ puis $\vec{F}$.

………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………

Exemple 2



Le chargeur sur pneus se compose d'un châssis 1 (poids P_l : 25000 daN en G_1), d'un godet 2 rempli de matériaux (poids P_2 : 11500 daN en G_2) et d'un ensemble flèche 3 articulée avec vérins (poids P_3 : 10 000 daN en G_3); G_l, G_2, G_3 sont les centres de gravité respectifs.
L'ensemble est supposé en équilibre à l'arrêt.

1) Déterminer le moment résultant en A (point de contact pneu/sol) des trois poids.

2) Y-a-t-il basculement du chargeur vers l'avant? ($\overrightarrow{B_{0/1}} = \overrightarrow{0}$)

3) Pour quelles valeurs de P_2, y-a-t-il risque de basculement?