

I - Notion de vitesse

I.1 - Mouvement de translation

Un solide 2 est en mouvement de translation par rapport à un repère R_1 (associé au solide 1), si le vecteur rotation $\Omega_{2/1}$ est nul (6).
D'après la relation du champ des vecteurs vitesse, cela implique que tous les points du solide ont le même vecteur vitesse (même norme, même direction, même sens).



(6) La base du repère R_1 est donc confondu avec la base du repère R_2 .

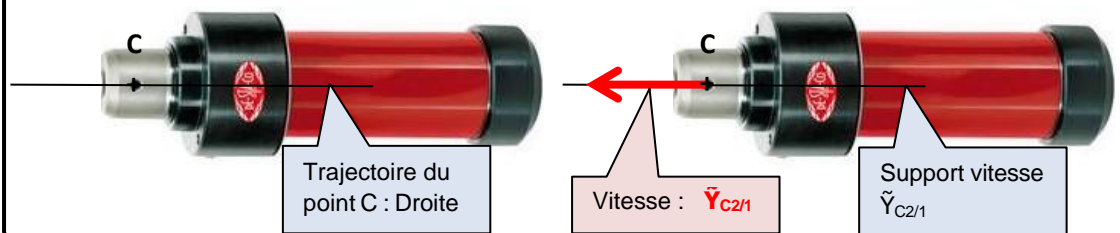
✓ Lors d'un mouvement de translation d'un solide par rapport à un repère de référence, un segment qui relie 2 points du solide reste toujours parallèle à lui-même.

La Vitesse moyenne d'un point appartenant à un solide 2 par rapport à un solide 1 est égale au rapport de la distance parcourue par le temps mis pour la parcourir.
L'unité est m/s, cm/s, mm/s ou km/h.

$$V = D/t$$

La vitesse d'un point C est schématisée par un vecteur noté $V_{C2/1}$ défini par :

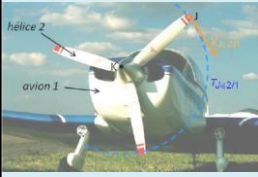
- un point d'application : C
- un sens : celui du mouvement
- un support /DIRECTION: **tangent à la trajectoire** c'est à dire confondu avec celle-ci .
- un module, norme : la valeur de $V_{C2/1}$.



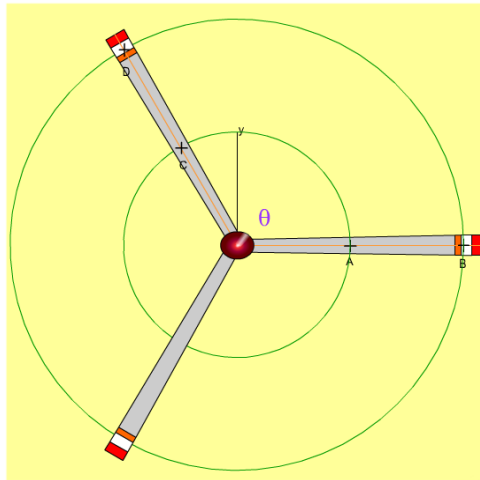
I.2 - Mouvement de rotation

Un solide 2 est en mouvement de rotation autour de l'axe Δ par rapport à un repère R_1 (associé au solide 1), si le vecteur rotation $\Omega_{2/1}$ est non nul.

D'après la relation du champ des vecteurs vitesse, cela implique que tous les points du solide ont le même vecteur vitesse angulaire ω (nombre de radian/sec) mais pas la même vitesse linéaire V (car tous les points ne parcourent pas les mêmes distances pendant le même intervalle de temps).



[vidéo](#)



- Les points A,C et D ont parcourus des angles identiques.
- Les points A, C et D tournent à la même vitesse angulaire ω (rad/s) ou à la même fréquence de rotation N (tr/min).

MAIS

Ils n'ont pas la même vitesse linéaire V :

$$\frac{d}{t} = \frac{2.\pi.OA}{t} \neq \frac{2.\pi.OB}{t}$$

$$V_{A2/1} \neq V_{B2/1}$$

III.2.1 - Vitesse angulaire ou fréquence de rotation

La **Vitesse angulaire** moyenne d'un point appartenant à un solide **2** par rapport à un solide **1** est égale au **rapport de l'angle parcouru par le temps mis pour la parcourir**. L'unité est **rad/s** ce qui implique que l'**angle** est exprimé en **rad** et le temps en **seconde**.

$$\omega = \theta/t$$

Remarque :

Si l'**angle** est exprimé en tour on parlera de **fréquence de rotation N**.

III.2.2 - Changement d'unité

$$1 \text{ tour} = 2 \pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$\omega = \frac{2.\pi.N}{60}$$

Si N en tr/min

$$\omega = 2.\pi.N$$

Si N en tr/s

III.2.3 - Calcul de la vitesse linéaire d'un point

La vitesse V d'un point dépend donc de deux facteurs, le premier est le facteur dimensionnel, le deuxième le facteur de vitesse angulaire, la relation qui permet de calculer la vitesse V à partir de la fréquence de rotation ω est :

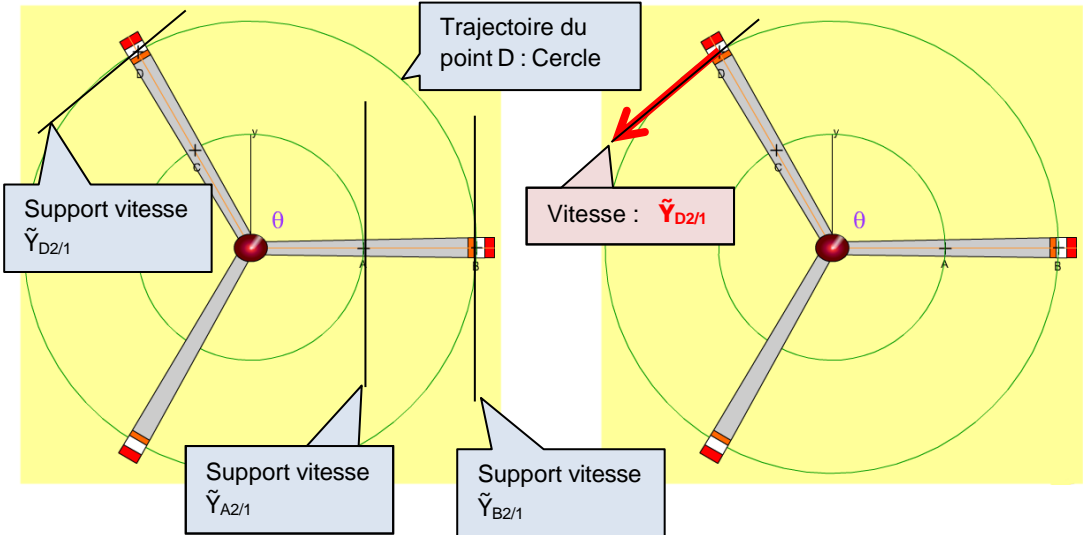
$$V = 2\pi R \cdot N = R \cdot \omega$$

Vitesse en m/s ← V
 rayon en m ← R
 Fréquence de rotation en tr/s ← N
 vitesse angulaire en rad/s ← ω

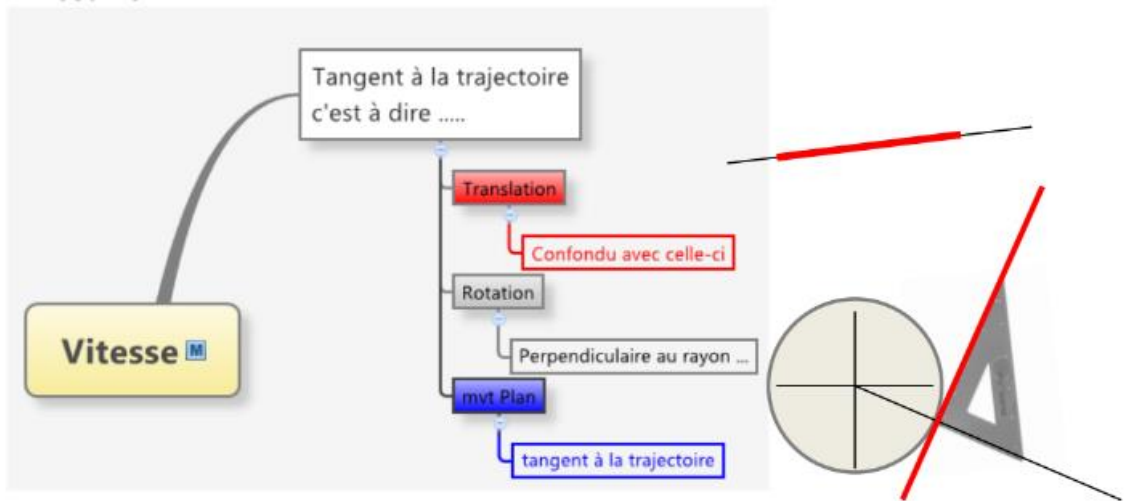
La Vitesse du centre de rotation est nulle car dans ce cas précis le rayon R vaut « zéro »

La vitesse d'un point A est schématisée par un vecteur noté $\vec{V}_{A2/1}$ est défini par :

- un point d'application : **A**
- un sens : **celui du mouvement**
- un support : **tangent à la trajectoire** c'est à dire perpendiculaire au rayon OA.
- un module : **la valeur de $V_{A2/1}$**



En résumé :



En

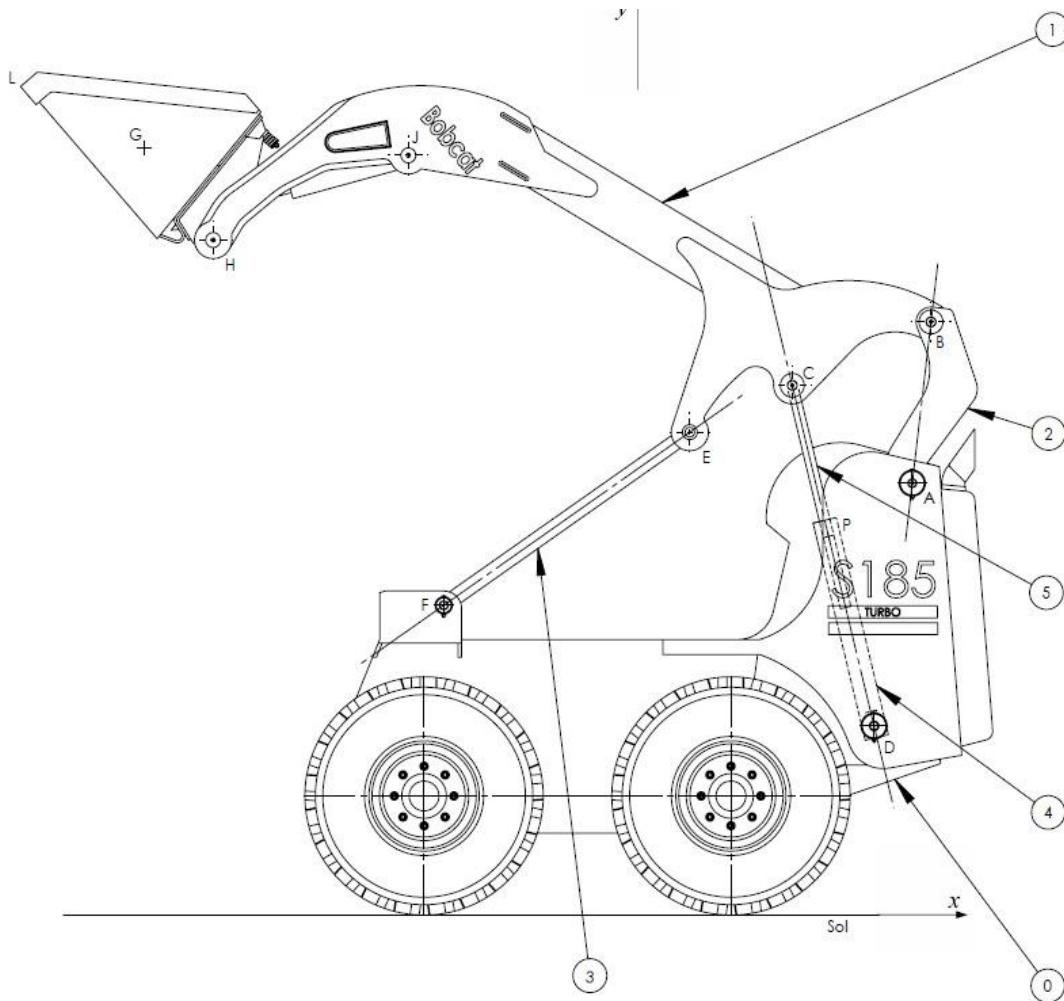
I.3 – Application : Cinématique graphique

Données et hypothèses :

La durée totale du temps de levage est de 3,5 s

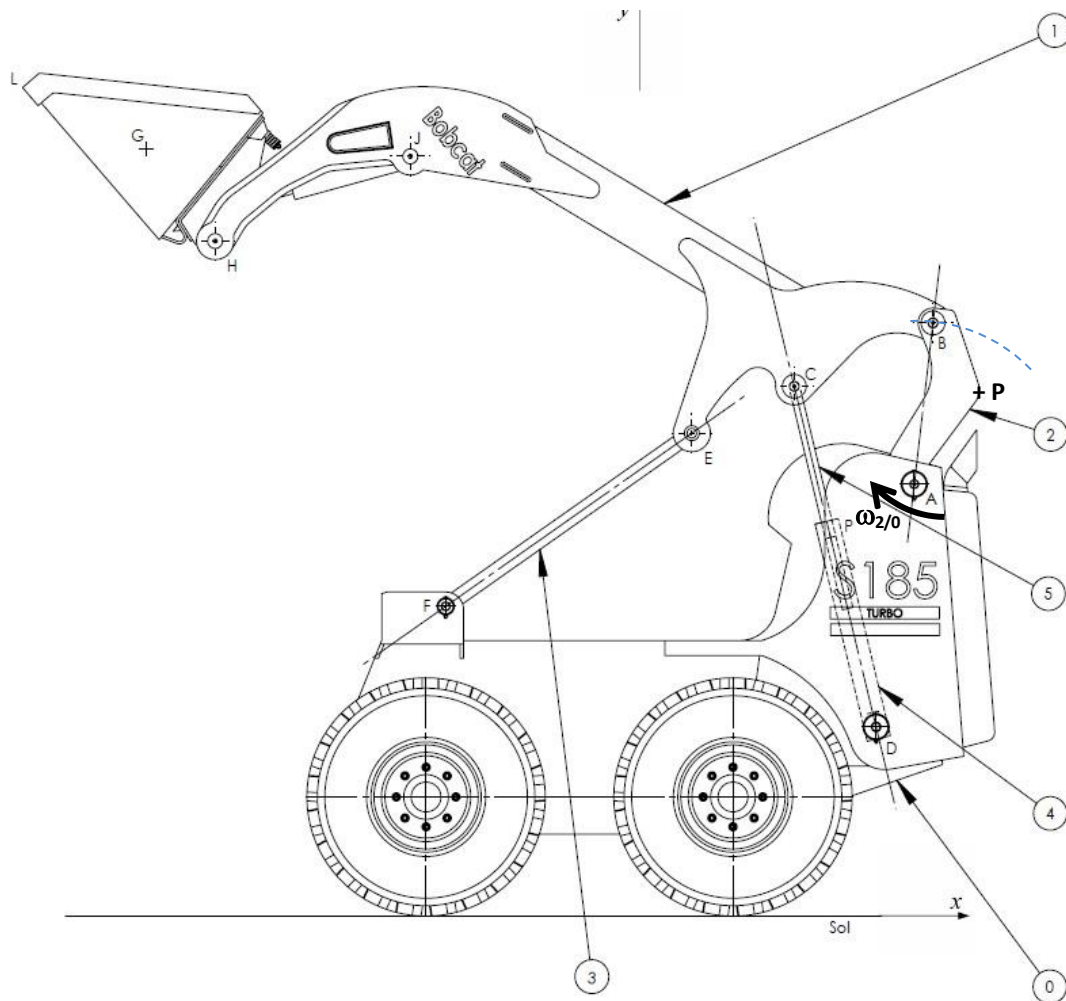
La course d'un vérin de levage est de 635 mm

On suppose que la vitesse de sortie de la tige des vérins de levage est constante : $\|\ddot{Y}_{C5/4}\| = \text{constante}$
 L'étude concerne le mouvement de sortie de tige du vérin de levage. Elle est réalisée dans une position intermédiaire (entre la position basse et haute) du système de levage.



- 1- Calculer, à partir des données ci-dessus, $\|\ddot{Y}_{C5/4}\|$. Définir puis Tracer le support $\ddot{Y}_{C5/4}$ sur la figure. Échelle de représentation : 1 mm = 5 mm/s





2- Calculer, à partir des données ci-dessous, $\|\tilde{Y}_{B2/0}\|$.
 (AB = 525 mm , $N_{2/0} = 0,545$ tr/min)



3- Définir puis Tracer le support $\tilde{Y}_{P2/0}$ sur la figure.
 Échelle de représentation : 1 mm = 1 mm/s

4- Déterminer graphiquement cette vitesse.

I.4 - Composition des vecteurs vitesse⁽⁷⁾

III.4.1 - Addition de vecteurs - Méthode.

Soient 2 vecteurs quelconques B_{3/1} et C_{5/1} parfaitement connus, déterminons la somme vectorielle suivante en utilisant la méthode graphique : $S = B_{3/1} + C_{5/1}$.

Étape 1 : A partir d'un point choisi au hasard sur votre feuille tracer le premier vecteur en respectant le sens, la direction et la norme de celui-ci.

Étape 2 : A partir de l'extrémité de celui-ci tracer le vecteur suivant en respectant le sens, la direction et la norme de celui-ci.

Étape 3 : La somme vectorielle \vec{S} est schématisée par un vecteur qui a pour **ORIGINE** l'origine du premier vecteur tracé et pour **EXTREMITE** l'extrémité du dernier vecteur tracé.

Sur la figure ci-dessous, seul le vecteur $\vec{A}_{1/2}$ est complètement connu et égal à 22 N soit 22 mm, seules les directions des deux autres sont connues. Déterminez graphiquement l'intensité de ces vecteurs forces sachant que la somme vectorielle $\vec{A}_{1/2} + \vec{C}_{3/2} + \vec{P} = \vec{O}$

Nous devons additionner trois vecteurs, la figure finale attendue est un triangle, formons celui-ci à partir d'un vecteur complètement défini.

Étape 1 : A partir d'un point choisi au hasard sur votre feuille tracer le vecteur connu en respectant le sens, la direction et la norme de celui-ci (soit une longueur de 22,5 mm).

Étape 2 : Tracer par l'origine la parallèle à un des vecteurs et par l'extrémité la parallèle au deuxième vecteur.

Étape 3 : Orienter les côtés du triangle de façon à vérifier l'équation puis convertir la longueur en N.

P -> 31,7mm soit 31,7 N
C_{3/2} -> 26,5mm soit 26,5 N

(7) L'écriture à l'allure de la relation de Châles :

$$\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB}$$

Mais

S'adapte à l'écriture des vitesses et respecte la forme suivante :

$$\vec{Y}_{Ai/j} = \vec{Y}_{Ai/k} + \vec{Y}_{Ak/j}$$

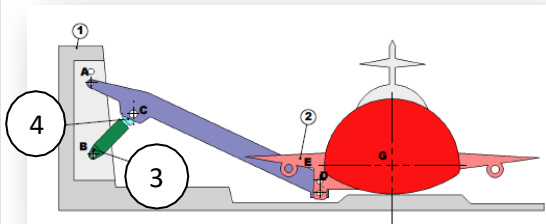
III.4.2 – Écriture de la relation de Composition des vitesses⁽⁷⁾.

A chaque fois que cela est nécessaire, on écrit la composition des vecteurs vitesse pour justifier l'égalité entre les vecteurs vitesse des points confondus avec les centres de rotation.

On est amené à faire une composition graphique des vitesses :

- pour déterminer **le vecteur vitesse de glissement** du point de contact entre deux solides ;
- lorsque le système possède deux mouvements d'entrée (deux actionneurs);
- pour déterminer le vecteur vitesse du point situé au bout de la tige d'un vérin dont le corps est en mouvement de rotation par rapport au solide de référence.

- Application :



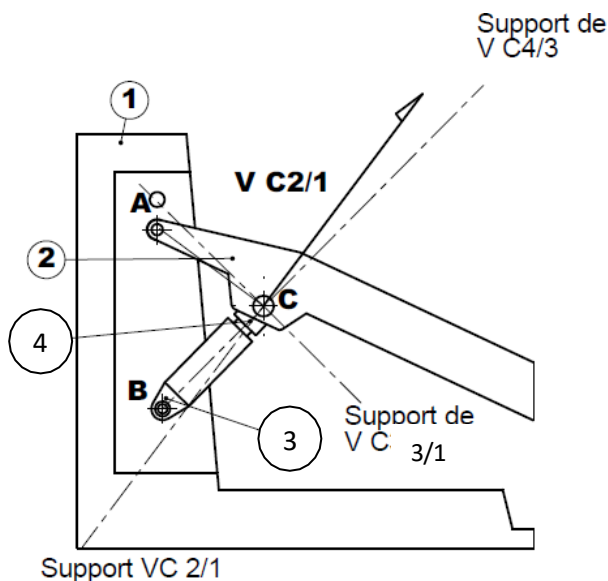
Le système ci-contre représente un avion sur un manège d'enfant. L'avion est assemblé au bras 2 par deux écrous en D et E, sa montée dépend de l'action de l'enfant sur le manche, elle est assurée par un vérin pneumatique composé du corps 3 et de la tige 4.

- Données :

$$V_{C2/1} = 3,5 \text{ cm/s}$$

- support $\vec{Y}_{C2/1}$: Tangent à la trajectoire c'est à dire **perpendiculaire au rayon AC**
- support $\vec{Y}_{C4/3}$: Tangent à la trajectoire c'est à dire **Confondu avec la droite BC**
- support $\vec{Y}_{C3/1}$: Tangent à la trajectoire c'est à dire **perpendiculaire au rayon BC**

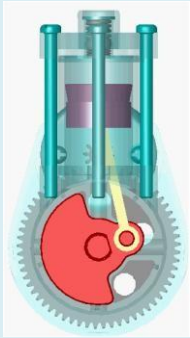
** Écrire une relation de composition de vitesses au point C à partir des vitesses définies ci-dessus, vous exprimerez $\vec{Y}_{C2/1}$ en fonction des autres.



Echelle des vitesses : 1 cm = 1 cm/s

(8) Il s'agit d'une combinaison d'une translation et d'une rotation.

(9) $V_{B2/0}$ et $V_{C2/0}$ ont la même projection sur la droite (BC)



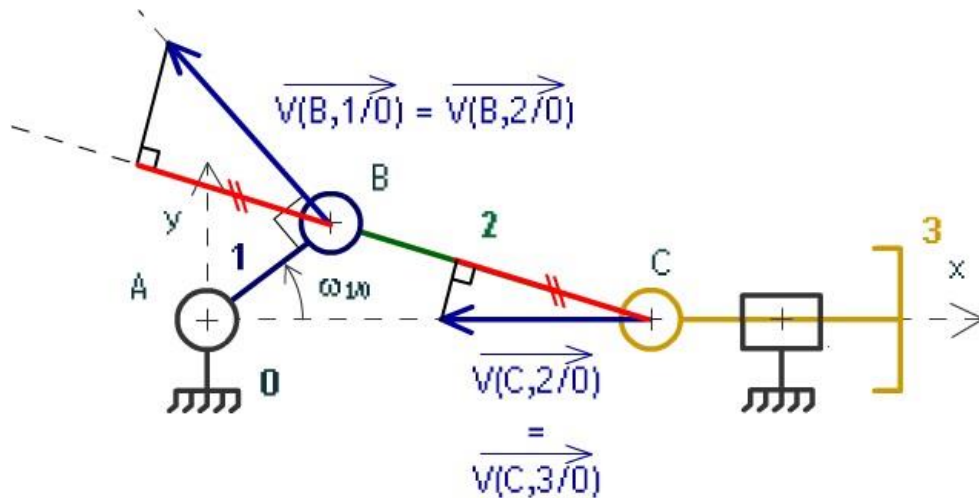
I.5 - Mouvement de plan⁽⁸⁾ ou quelconque

III.5.1 Méthode de l'équiprojectivité des vitesses.

Le champ des vecteurs vitesse est équiprojectif.

Si on connaît $\vec{Y}_{B2/0}$ et la direction $\vec{Y}_{C2/0}$ on peut alors déterminer graphiquement $\vec{Y}_{C2/0}$
 Pour cela :

- on trace la droite (BC) ;
- on construit la projection de $\vec{Y}_{B2/0}$ sur (BC) ;
- on en déduit $\vec{Y}_{C2/0}$ car : $\vec{Y}_{B2/0} \cdot BC = \vec{Y}_{C2/0} \cdot BC$ ⁽⁹⁾ → →



[Flash-1](#)

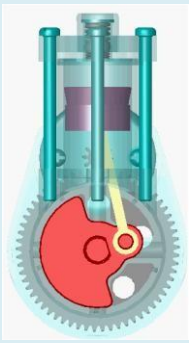
Justification des tracés :

- Mvt 1/0 :
- TB1/0 :
- Support $\vec{Y}_{B1/0}$: tangent à la trajectoire c'est-à-dire. $V_{B1/0} = 3\text{cm/s}$ avec $1\text{cm}=1\text{cm/s}$
- Montrer que $\vec{Y}_{B1/0} = \vec{Y}_{B2/0}$

- Mvt 3/0 :
- TC3/0 :
- Support $\vec{Y}_{C3/0}$: tangent à la trajectoire c'est-à-dire
- Montrer que $\vec{Y}_{C3/0} = \vec{Y}_{C2/0}$

- Écrire la relation d'équiprojectivité des vitesses :

=.



(10) Le CIR n'est jamais situé au même endroit au cours du mouvement.

(11) Dans le cas particulier d'un mouvement de rotation, le CIR est fixe, c'est le centre de rotation.

Tout point de Roulement Sans Glissement entre deux solides est un CIR.

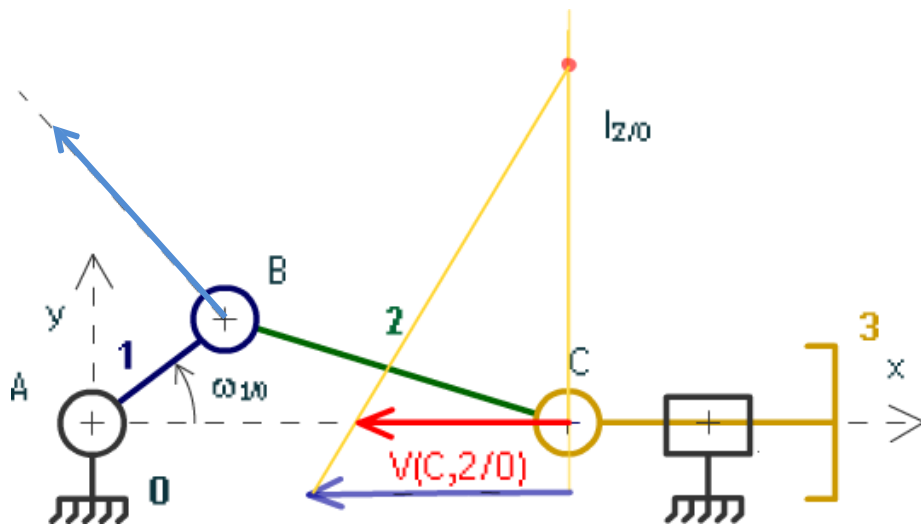
(ex. : point de contact entre une roue et le sol)

III.5.2 Méthode du Centre instantané de rotation (C.I.R).

Lorsqu'un solide 2 est en mouvement quelconque par rapport à un solide 0, on peut considérer qu'à chaque instant le solide 2 est en mouvement de rotation de centre $I_{2/0}$.

Ce point qui se déplace⁽¹⁰⁾ en même temps que les solides bougent, est appelé Centre Instantané de Rotation (CIR) du solide 2 dans son mouvement par rapport au solide 0. **Il est situé à l'intersection des perpendiculaires aux directions des vecteurs vitesse de tous les points du solide⁽¹¹⁾.**

A cet instant, les vecteurs vitesse des points du solides 2 peuvent être tracés en considérant un mouvement particulier de rotation de centre $I_{2/0}$.



[Flash-2](#)

[Flash-3](#)

Justification des tracés :

1 cm=1cm/s

Méthode de tracé :

Si on connaît les supports $\check{Y}_{B2/0}$ et $\check{Y}_{C2/0}$ on peut tracer la direction de n'importe quel autre point G du solide 2.

Pour cela :